

見誤りやすい確率

2012年6月
株式会社サクセス

概要

- コイントス
- くじびき
- ロト

コイントス

- 「表」が出れば当たりとして確率は $1/2$
- 最初の1回で参加者の半分は当たる

10回コインスをして表が出る回数

表が出る回数ごとの割合

0/10回	1/1024	6/10回	210/1024
1/10回	10/1024	7/10回	120/1024
2/10回	45/1024	8/10回	45/1024
3/10回	120/1024	9/10回	10/1024
4/10回	210/1024	10/10回	1/1024
5/10回	252/1024		

10回コインスをして表が出る回数

確率操作はしていないけれど

0/10回	1/1024	6/10回	210/1024
1/10回	10/1024	7/10回	120/1024
2/10回	45/1024	8/10回	45/1024
3/10回	120/1024	9/10回	10/1024
4/10回	210/1024	10/10回	1/1024
5/10回	252/1024		

確率操作をしていなくても、10回コインスをして、10回とも裏を引く可能性が1024分の1あります。
1回1回のコインスは公正なんですが、このように偏ることがあります。

10回コインスをして表が出る回数

10万人が遊んだとすると

0/10回	97	6/10回	20507
1/10回	976	7/10回	11718
2/10回	4394	8/10回	4394
3/10回	11718	9/10回	976
4/10回	20507	10/10回	97
5/10回	24609		

2分の1で表が出るはずのコイントスで、10回連続 裏しか出ない人が97人もいることになります。数学的には公正ですが、該当者から見たら何回やってもウラしか出ない。バグじゃないのか、確率操作されているんじゃないのか、とおもわれることがあるかもしれません。でもこの偏りは起きうることです。

コイントス

- $1/2$ だからといって「裏、表、裏、表……」と出るわけではありません。
- 確率操作をしていないのに出目が偏ることがあります。
- $1/2$ だから全員にもれなく行き渡るだろう、と想定しているとクレームが来るかもしれません。

1/10で当たるくじびき

『 1/10 だから10回くじを引けば
1回は当たる 』

10分の1だから10回くじを引けば1回は当たる。
本当にそうなのか計算してみます。

1/10で当たるくじびき

10回くじを引いて少なくとも1回当たる確率

0回当たり

1回当たり

2回当たり

3回当たり

4回当たり

5回当たり

6回当たり

7回当たり

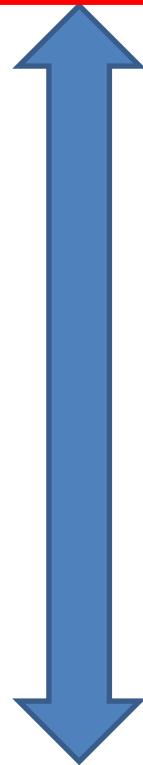
8回当たり

9回当たり

10回当たり



10回ともハズレ



少なくとも1回当たる確率

1/10で当たるくじびき

10回くじを引いて少なくとも1回当たる確率
= 100% - 10回ともハズレの確率

ハズレの確率 = 100% - 10% = 90%

100% - 90% × ..(8回).. × 90%

≒ 65%

1/10で当たるくじびき

10回くじを引いて少なくとも1回当たる確率
= 約65%

1/10で当たるくじびき

10回くじを引いて少なくとも1回当たる確率
= 約65%

35%は1回も当たりを引けません

1/10で当たるくじびき

1/100 を 100回引く

1/10000 を 10000回引く

1回以上当たる確率は同じく約63%

3人に1人は当たりを引けません

計算式は

$$\lim_{n \rightarrow \infty} [1 - (1 - 1/n)^n] = (-1 + e) / e \doteq 63.2\%$$

これは回数を変えても同じで、100分の1のくじを100回引いたとき、1万分の1のくじを1万回引いたとき、1回以上当たる確率は約63%です。3人に一人は当たりを引けません。これも直感とずれてないでしょうか。

ロト6

- 1口 200円
- 1～43の中から6つの数字を選ぶ
- 当選番号とすべて一致したら1億円

ロト6の

おおざっぱなルールはこんな感じです。ひとくち200円、1から43のなかから順番を問わずに6つの数字を選びます。当選番号と数字が、6個すべて一致したら1等1億円です。

例6

1~43の中から6つの数字の組み合わせ

$${}_{43}C_6 = 6096454通り \doteq 610万通り$$

ロト6

1/6096454(約610万分の1)	1億円
6/6096454	1500万円
216/6096454	50万円
9990/6096454	9500円
155400/6096454 (2.5%)	1000円
ハズレ	0円

二等以下の当籤確率と賞金はこんな感じになっています。
末等の1000円でも当籤確率は2.5%しかありません。

期待値

それぞれの事象の確率とそれぞれの事象の値を掛けてその総計を求めます。

口卜6

期待値

$$\begin{aligned} & 1/6096454 \times 1\text{億円} + \\ & 6/6096454 \times 1500\text{万円} + \\ & 216/6096454 \times 50\text{万円} + \\ & 9990/6096454 \times 9500\text{円} + \\ & 155400/6096454 \times 1000\text{円} + \\ & 5930841/6096454 \times 0\text{円} \\ & = 89.93\text{円} \doteq 90\text{円} \end{aligned}$$

期待値

一口200円 → 賞金期待値 \div 90円

返金率 $90\text{円}/200\text{円} = 45\%$

胴元は 55% 儲かる

ひとくち200円で賞金の期待値が90円です。返金率は45%。胴元は55%儲かります。返金率はよくないのですが、1等1億円という触れ込みが直感的な期待値の計算を鈍らせているかもしれません。

口ト6

- 期待値で割りの良さ悪さを求めることができます。
- 1～610万の間で一つの数字を選ぶ方式だったらおそらく買われぬ。
- 1～43の中から6つの数字を当てるのは簡単そうという直感と、それに反してちゃんと儲かる確率の裏付けがある例です。

まとめ

- 確率操作をしていないのに出目が偏ることはあります。
- $1/n$ のくじを n 回引いたとき、 $1/3$ の人は当たりを引けません。
- 期待値を計算することで「割りのよさ」を見ることができます。
- 確率の検証には直感だけでなく、計算やシミュレーションしてみることも大事

以上